ISSN 1810-0198. Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки

Том 23, № 124 2018

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-648-654

УДК 519.71

ДЕКЛАСТЕРИЗАЦИЯ ОКРЕСТНОСТНЫХ СТРУКТУР

© **Н. М. Мишачев, А. М. Шмырин**

ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет»
398600, Российская Федерация, г. Липецк, ул. Московская, 30
E-mail: nmish@lipetsk.ru, amsh@lipetsk.ru

Аннотация. Окрестностные структуры (орграфы особого вида) могут иметь вертексные или реляционные оснащения (наборы переменных). Вертексные переменные соответствуют вершинам структуры, реляционные – дугам. В статье описан алгоритм канонического преобразования (декластеризации) реляционных структур в вертексные. Это преобразование устанавливает связь между двумя типами метасистем управления на окрестностных структурах.

Ключевые слова: окрестностная структура; вертексное оснащение; реляционное оснащение; декластеризация

Введение

Ранее в работах [1–3] мы определили вертексные и реляционные окрестностные структуры как оснащенные орграфы с вершинами $\widehat{V} = U \sqcup V \sqcup W$ трех типов: *входами* U, *узлами* V и *выходами* W. Оснащения структуры – это наборы переменных, которые в вертексном (соотв. реляционном) случае соответствуют вершинам (соотв. дугам) структуры и обозначаются $X(i)$ (соотв. $Y(i,k)$). Вертексная (соотв. реляционная) окрестностная структура порождает вертексную (соотв. реляционную) *метасистему* управления. Подробности см. в [1–3]. В настоящей заметке мы обсуждаем задачу редукции реляционных структур к вертексным. Переменные оснащения окрестностных структур мы рассматриваем как неделимые, *метаскалярные* переменные. Если в вертексном случае отказаться от этого условия и допустить разделяемые на компоненты *метавекторные* переменные состояний узлов и входов вертексной структуры, то различие между вертексными и реляционными структурами исчезает, поскольку выходящую из узла v_i (или из входа u_i) мультипеременную $Y_-(i) = \{Y(i,*)\}$ можно считать метавекторным состоянием $\widetilde{X}(i) = Y_-(i)$ узла v_i (или входа u_i), которую этот узел (или

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-07-00854 а).

вход) передает по выходящим дугам, по одной компоненте для каждой дуги. Иначе говоря, если метаскалярное оснащение дуг окрестностной структуры рассматривать как метавекторное оснащение вершин, с возможностью раздельного использования компонент, то реляционная структура становится вертексной. Данное наблюдение нельзя считать «настоящей» редукцией реляционных структур к вертексным, поскольку нарушается условие метаскалярности. Это просто еще один способ описание реляционных структур и соответствующих им реляционных метасистем. Идея «правильного» (с сохранением метаскалярности) решения задачи редукции реляционных структур к вертексным, на первый взгляд, достаточно очевидна – нужно «декластеризовать» окрестностную структуру, а именно, заменить каждую вершину набором s вершин, где s – количество выходящих дуг, и поместить оснащения дуг в новые вершины. Трудности возникают далее, при попытке понять, что делать со входящими дугами. Особого внимания требует случай петель, то есть *рефлексивных* узлов структуры. В данной заметке мы даем описание алгоритма декластеризации.

1. Постановка задачи декластеризации

Уточним постановку задачи декластеризации. Пусть по реляционно оснащенной окрестностной структуре $\mathfrak{N}$ написана реляционная метасистема уравнений S, см. [1, 2]. Метасистема S, «рассыпанная» на скалярные уравнения и рассматриваемая сама по себе, без ассоциирования с $\mathfrak{N}$, порождает новую окрестностную структуру $\mathfrak{N}^{\uparrow}$, для которой S является вертексной метасистемой. Нас интересует связь между структурами (орграфами) $\mathfrak{N}$ и $\mathfrak{N}^{\uparrow}$. Очевидно, что вершинам структуры $\mathfrak{N}^{\uparrow}$ однозначно соответствуют дуги и выходы структуры $\mathfrak{N}$ или, что то же самое, переменные реляционного оснащения структуры $\mathfrak{N}$ являются переменными вертексного оснащения структуры $\mathfrak{N}^{\uparrow}$. Связь между дугами структур $\mathfrak{N}$ и $\mathfrak{N}^{\uparrow}$ устроена сложнее. Мы опишем правила канонического преобразования (декластеризации) $\mathfrak{N}$ в $\mathfrak{N}^{\uparrow}$. Заметим еще раз, что сама метасистема S при декластеризации остается прежней; изменяется (канонически декластеризуется до вертексной) только ассоциированная с ней реляционная окрестностная структура. Можно сказать, что нас интересует не итоговая вертексная структура $\mathfrak{N}^{\uparrow}$ (она легко восстанавливается по метасистеме S), а связь ее вершин и дуг с вершинами и дугами исходной реляционной структуры $\mathfrak{N}$.

2. Рекуррентная декластеризации

Старые и новые вершины и дуги. Пусть $\mathfrak{N} = (\widehat{V}; E)$ – некоторая реляционно оснащенная переменными $\{Y(i,k)\}$ окрестностная структура; ее вершины и ребра мы будем называть далее «старыми» (на рисунках они красные). Вершины и дуги рекуррентно конструируемой декластеризации $\mathfrak{N}^{\uparrow} = (\widehat{V}^{\uparrow}; E^{\uparrow})$ далее называются «новыми» (на рисунках они зеленые). Мы будем последовательно применять процедуру декластеризации ко входам и узлам структуры $\mathfrak{N}$; для выходов декластеризация не требуется. При декластеризации очередной вершины эта вершина и входящие дуги (но не петли) заменяются новыми, выходящие дуги остаются старыми. Порядок вершин не имеет значения, окончательный результат от него не зависит. В частности, в процессе декластеризации можно чередовать или не чередовать входы и узлы.

Гнезда и пучки. Все новые вершины и дуги будут образовывать кластеры, соответствующие старым вершинам и дугам. Кластеры новых вершин мы будем называть *гнездами*, а кластеры новых дуг – *пучками.* Входы порождают гнезда входов, узлы – гнезда узлов. Далее на рисунках гнезда обведены пунктирными овалам; пучки дуг изображаются дугами *с началом в общей точке.* Количество новых узлов (входов) в гнезде, порожденном узлом v_i (входом u_i) будет равно количеству *выходящих* дуг, включая петли; обозначим это количество через $|v_i^-|$ (соответственно $|u_i^-|$). Эти новые узлы (входы) получают оснащения $Y(i,k)$, $k \in v_i^-$ (соответственно $U(i,k) = Y(i,k)$, $k \in u_i^-$).

Дуги, входящие в декластеризуемый узел. В момент декластеризации очередного старого узла v_i в него могут входить только старые дуги (в том числе петля для рефлексивного узла) с началом в *старых или новых* вершинах. Количество *входящих* дуг постоянно до момента декластеризации узла (входа); обозначим его через $|v_i^+|$.

Дуги, выходящие из декластеризуемой вершины (узла или входа). В момент декластеризации очередной старой вершины из нее могут выходить старые дуги к старым вершинам (узлам и выходам) и пучки новых дуг к гнездам новых узлов. Общее количество выходящих старых дуг и пучков новых дуг постоянно и равно $|v_i^-|$ (соответственно $|u_i^-|$ для входов).

Сформулируем теперь правила рекуррентной декластеризации, отдельно для входов, простых узлов и рефлексивных узлов. Для каждого из этих случаев мы изображаем схему декластеризации и приводим пример. На схеме изображается только вершина с входящими и выходящими дугами; этим подчеркивается независимость декластеризации от остальных вершин.

Входы.

Декластеризацией входа $u_i \in U$ называется замена этого входа на гнездо из $|u_i^-|$ новых входов $\{u_{ik} | k \in u_i^-\}$, при этом выходившие из u_i старые дуги и пучки новых дуг распределяются по этим новым входам, см. схему на рис. 1 и пример на рис. 2. Новые входы u_{ik} получают оснащения $U(i,k)$, $k \in u_i^-$.

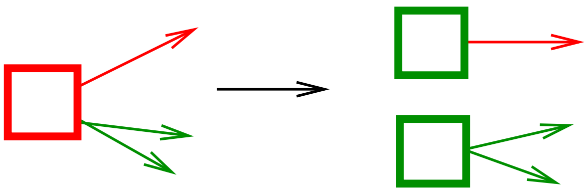

Рис. 1: Декластеризация входа, схема

Простые узлы.

Декластеризацией простого узла $v_i \in V$ называется замена этого узла на гнездо из $|v_i^-|$ новых узлов $\{v_{ik} | k \in u_i^-\}$, и расщепление каждой входящей в v_i старой дуги на пучек новых дуг, заканчивающихся в вершинах гнезда. Пучки получают оснащения $Y(k,i)$, $k \in v_i^+$ от старых дуг. Выходящие из v_i старые дуги и пучки новых дуг, как и в случае входов, распределяются по новым узлам гнезда, см. схему на рис. 3 и пример на рис. 4. Новые узлы v_{ik} получают оснащения $Y(i,k)$, $k \in v_i^-$.

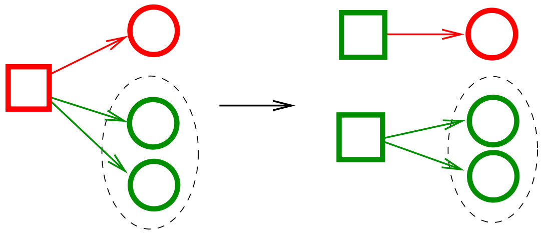

Рис. 2: Декластеризация входа, пример

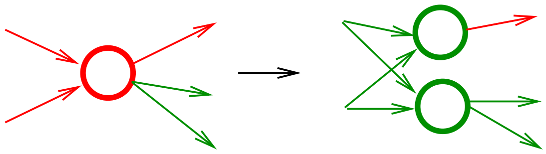

Рис. 3: Декластеризация простого узла, схема

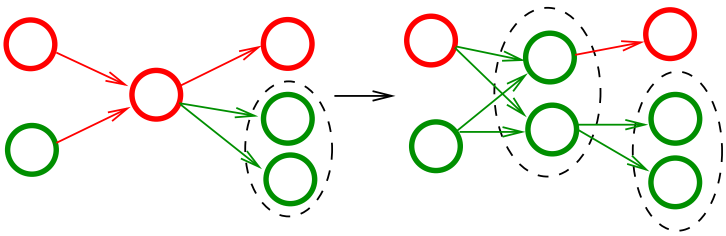

Рис. 4: Декластеризация простого узла, пример

Рефлексивные узлы.

Декластеризацией рефлексивного узла $v_i \in V$ происходит следующим образом. Сначала мы превращаем петлю в дугу, ведущую в формально добавленный выход, и декластеризуем полученный *простой* узел. Затем нужно убрать формальный выход и превратить ведущую в него единственную дугу в новую петлю; таким образом одна (и только одна) из новых вершин гнезда становится рефлексивной. Далее из этого нового рефлексивного узла нужно провести пучек новых дуг в остальные новые узлы гнезда, см. схему на рис. 5 и пример на рис. 6.

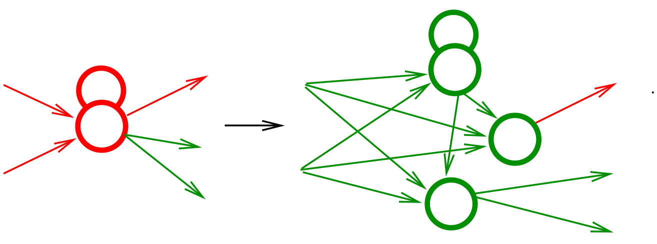

Рис. 5: Декластеризация рефлексивного узла, схема

Результат описанной декластеризации не зависит от выбора порядка декластеризуемых вершин (входов и узлов) и в итоге исходная реляционная окрестностная структура $\mathfrak{N}$ превращается в новую вертексную структуру $\mathfrak{N}^{\uparrow}$, при этом вертексная метасистема

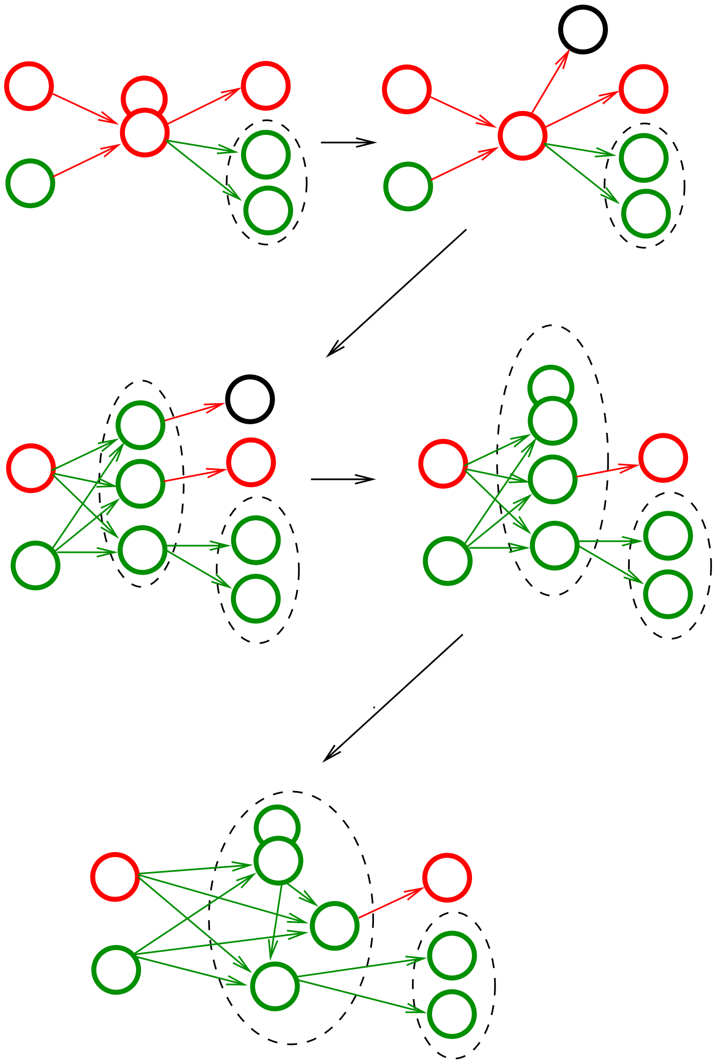

Рис. 6: Декластеризация рефлексивного узла, пример

над $\mathfrak{N}^{\uparrow}$ эквивалентна реляционной метасистеме над $\mathfrak{N}$. Уточним еще два момента, связанные с описанной выше декластеризацией.

1. Соблюдая формальности, после завершения декластеризации нужно еще объявить «новыми» старые дуги, соединяющие новые узлы с *выходами*, поскольку в результате описанной декластеризации эти дуги (если они имелись в орграфе) не изменялись.

2. Декластеризация входов и узлов с *единственной* выходящей старой дугой или *единственным* пучком выходящих новых дуг является формальной: старая вершина объявляется новой и получает оснащение от выходящей дуги или пучка дуг.

Входы в реляционных метасистемах и частичная декластеризация.

Укажем еще одно применение описанного выше алгоритма декластеризации. В реляционных системах, оставаясь в рамках нашего определения окрестностной структуры, мы не можем отличить действие входа u_k на все выходы из узла v_i от действия на один из таких выходов $Y(i,j)$. Информацию об избирательном действии входа на узел

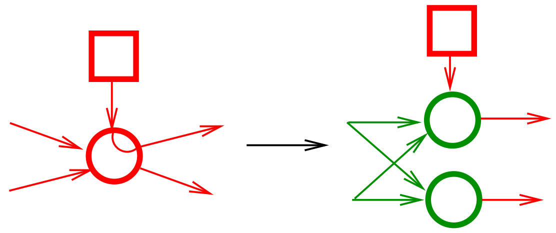

Рис. 7: Частичная декластеризация, пример

v_i можно внести в реляционную структуру с помощью *частичной декластеризации* этой структуры. А именно, нужно декластеризовать узел v_i, но при этом заменить дугу (u_k, v_i) не пучком дуг, проведенных ко всем узлам гнезда, а только одной дугой, проведенной к новому узлу, соответствующему выходу $Y(i,j)$ (см. рис. 7, на котором дуга внутри узла информирует об избирательном действии входа).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мишачев Н.М., Шмырин А.М.* Окрестностные структуры и метаструктурная идентификация // Таврический вестник информатики и математики. 2017. Т. 37. Вып. 4. С. 87-95.

2. *Мишачев Н.М., Шмырин А.М.* Окрестностные метасистемы на орграфах // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2018. Т. 23. № 123. С. 479-487.

3. *Мишачев Н.М., Шмырин А.М.* Дискретные системы и окрестностные структуры // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2018. Т. 23. № 123. С. 473-478.

Поступила в редакцию 18 апреля 2018 г.
Прошла рецензирование 21 мая 2018 г.
Принята в печать 26 июня 2018 г.
Конфликт интересов отсутствует.

Мишачев Николай Михайлович, Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, e-mail: nmish@lipetsk.ru

Шмырин Анатолий Михайлович, Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор кафедры высшей математики, e-mail: amsh@lipetsk.ru

Для цитирования: *Мишачев Н.М., Шмырин А.М.* Декластеризация окрестностных структур// Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки. Тамбов, 2018. Т. 23. № 124. С. 648–654. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-648-654

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-648-654

DECLUSTERZATION OF NEIGHBORHOOD STRUCTURES

N. M. Mishachev, A. M. Shmyrin

Lipetsk State Technical University
30 Moskovskaya St., Lipetsk 398600, Russian Federation
E-mail: nmish@lipetsk.ru, amsh@lipetsk.ru

Abstract. Neighborhood structures (digraphs of a special kind) can have vertex or relational sets of equipping variables. Vertex variables correspond to the vertices of the structure, while the relational ones correspond to the arcs. The article describes an algorithm for the canonical transformation (declusterization) of the relational structures into the vertex ones. This transformation establishes a connection between two types of control metasystems on neighborhood structures.

Keywords: neighborhood structure; vertex equipment; relational equipment; declusterization

REFERENCES

1. Mishachev N.M., Shmyrin A.M. Okrestnostnyye struktury i metastrukturnaya identifikatsiya [Neighborhood Structures and Metastructural Identification]. *Tavricheskiy vestnik informatiki i matematiki – Taurida Journal of Computer Science Theory and Mathematics*, 2017, vol. 37, no. 4, pp. 87-95. (In Russian).

2. Mishachev N.M., Shmyrin A.M. Okrestnostnyye metasistemy na orgrafakh [Neighborhood metasystems on digraphs]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2018, vol. 23, no. 123, pp. 479-487. (In Russian).

3. Mishachev N.M., Shmyrin A.M. Diskretnyye sistemy i okrestnostnyye struktury [Discrete systems and neighboring structures]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2018, vol. 23, no. 123, pp. 473-478. (In Russian).

Received 18 April 2018
Reviewed 21 May 2018
Accepted for press 26 June 2018
There is no conflict of interests.

Mishachev Nikolay Mikhailovich, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, the Russian Federation, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, e-mail:nmish@lipetsk.ru

Shmyrin Anatoliy Mikhailovich, Lipetsk State Technical University, Lipetsk, the Russian Federation, Doctor of Techniques, Professor, e-mail: amsh@lipetsk.ru

For citation: Mishachev N.M., Shmyrin A.M. Deklasterizaciya okrestnostnyh struktur [Declusterization of neighborhood structures]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2018, vol. 23, no. 124, pp. 648–654. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-648-654 (In Russian, Abstr. in Engl.).

The work is partially supported by the Russian Fund for Basic Research (project № 16-07-00854 a).